Desenvolvendo um algoritmo para a resolução de raízes quadradas de quadrados perfeitos com estudantes da Educação Básica

C.H., Rogério[1]
L.Q., Dallolio[2]
L.R.C., Moreira[3]
P.A.F., Liboni[4]

Resumo: Em setembro de 2024, os estudantes, até então da Educação Básica, Fabrício Ventura e Felipe Kenji entraram em contato com o PET Matemática UEL, alegando terem descoberto um novo algoritmo para calcular raízes quadradas de quadrados perfeitos. Após o contato dos estudantes, o grupo pediu para que fosse feita uma apresentação, e posteriormente um documento, explicando o funcionamento do algoritmo. Ao longo de dois anos após este encontro, o grupo e/implementou o algoritmo base na linguagem de programação C e estudou a fundo a proposta dos dois jovens para concluir a sua veracidade, eventualmente publicando um artigo científico em conjunto com ambos. O presente relato destaca a criatividade matemática dos dois jovens, fortalecendo a articulação entre a matemática de nível escolar, a pesquisa acadêmica e ações de extensão.

Palavras-chave: Educação Básica; algoritmo; quadrados perfeitos; artigo científico.

INTRODUÇÃO

No dia 1º de setembro de 2024, o grupo PET Matemática da Universidade Estadual de Londrina recebeu um pedido para a revisão de um método para o cálculo de raízes quadradas de quadrados perfeitos. Os autores deste suposto método novo, os estudantes Felipe Kenji e Fabrício Ventura da Educação Básica, foram subsequentemente chamados para uma reunião onde eles explicariam a metodologia por trás do método que haviam criado.

Após o encontro, foi pedido para que os estudantes redigissem um texto explicando de forma mais clara e precisa o método. Após lido o texto, o grupo se dividiu para verificar a veracidade do método e, após isso, demonstrar-lo de modo formal.

Veremos adiante o padrão dos quadrados perfeitos descoberto pelos jovens e em

[1]Universidade Estadual de Londrina (UEL); PET Matemática UEL; caua.henrique.rogerio@uel.br
[2]Universidade Estadual de Londrina (UEL); PET Matemática UEL; lucas.queiroz.dallolio@uel.br
[3]Universidade Estadual de Londrina (UEL); PET Matemática UEL; luisrafael.moreira@uel.br
[4]Universidade Estadual de Londrina (UEL); PET Matemática UEL; liboni@uel.br

que o algoritmo inovador é baseado. Após isso, vamos explicador como o método é aplicado para descobrir a raiz de um quadrado perfeito, já se utilizando da notação e linguagem criada pelo grupo para a demonstração formal do algoritmo.

O subsequente documento, intitulado "Resolução de Raízes Quadráticas Perfeitas" e cuja Figura 1 ilustra a sua capa, serviu como o primeiro passo para a análise matemática do algoritmo.

Figura 1 – Capa do artigo original



Fonte: Felipe Kenji e Fabricio Ventura

A experiência pode ser compreendida dentro de uma concepção de Educação Matemática que não reduz a aprendizagem à assimilação de procedimentos previamente estabelecidos. Conforme diz D'Ambrosio (2007), a matemática e a educação são construções humanas relacionadas às formas pelas quais indivíduos e grupos interpretam, organizam e transformam sua realidade. Nessa perspectiva, a produção matemática não precisa estar restrita aos espaços tradicionalmente destinados à produção acadêmica, podendo emergir também das próprias experiências de aprendizagem e das questões formuladas pelos estudantes.

A situação também se aproxima da concepção de aprendizagem matemática defendida por Lorenzato (2006), para quem a experimentação, a descoberta, a consideração dos conhecimentos prévios dos estudantes e a valorização de suas dúvidas constituem elementos importantes para uma aprendizagem significativa. Em vez de considerar a resposta do estudante apenas como algo a ser confirmado ou corrigido, torna-se possível utilizá-la como objeto de investigação.

METODOLOGIA

O grupo PET Matemática UEL se dividiu em duas comissões para analisar o algoritmo desenvolvido, onde cada uma delas estudou de maneiras diferentes o problema proposto. Inicialmente, o algoritmo foi modelado computacionalmente na linguagem C (Figura 2) para verificar por exaustão se o método falharia em algum número suficientemente grande. Foram analisados centenas de milhares de quadrados perfeitos e em nenhum dos casos houve uma falha do método, indicando que a descoberta dos estudantes não era apenas uma mera coincidência. A partir disso, iniciou-se a perícia matemática para verificar a funcionalidade do método.

Conforme a perspectiva apresentada por Leiserson et al. (2002), um algoritmo pode ser compreendido como um procedimento computacional bem definido que transforma uma entrada em uma saída, devendo sua construção ser acompanhada da análise de seu comportamento e de sua eficiência. Assim, a implementação computacional realizada pelo grupo não substituiu a demonstração matemática, mas serviu como etapa de investigação e verificação que antecedeu a formalização do método.

Figura 2 – Representação em código C do algoritmo



```c
int f(int n) {
    int n0, r, i, j;
    n0 = n - (n % 10);
    i = j = r = 0;
    while (r < n0)
        if (i <= j) {
            ++i;
            r += 40 * (i + j);
        } else {
            ++j;
            r += 60 * (i + j);
        }
    return 3 + 4 * i + 6 * j - (r-n0) / (10 * (i + j));
}
```

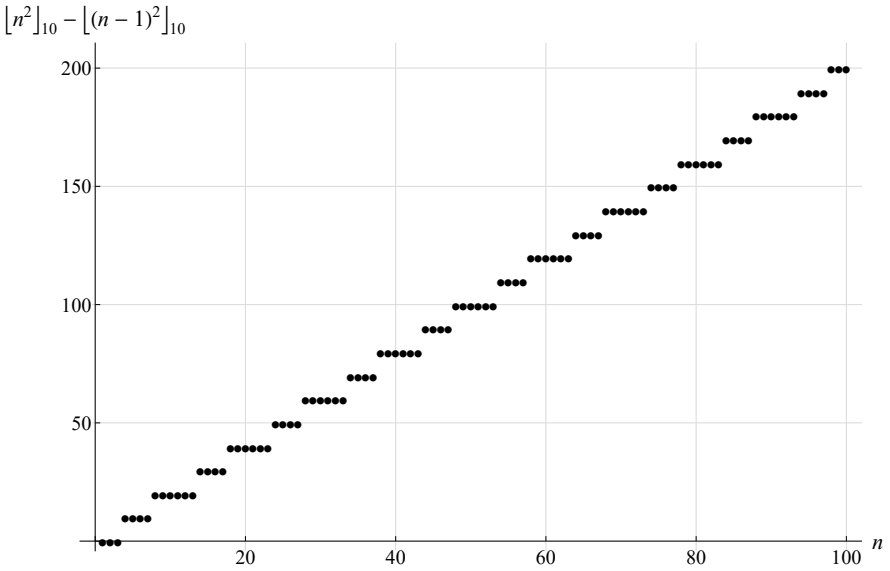
Fonte: os próprios autores.

O método dos estudantes consistia em tabular vários quadrados perfeitos em base 10 e removendo o seu dígito da unidade por zero, tal como:

0,	0,	0,	10,	20,	30,	40,	60,	80,	100,
120,	140,	160,	190,	220,	250,	280,	320,	360,	400,
440,	480,	520,	570,	620,	670,	720,	780,	840,	900,
960,	1020,	1080,	1150,	1220,	1290,	1360,	1440,	1520,	1600,
1680,	1760,	1840,	1930,	2020,	2110,	2200,	2300,	2400,	2500,
2600,	2700,	2800,	2910,	3020,	3130,	3240,	3360,	3480,	3600,
3720,	3840,	3960,	4090,	4220,	4350,	4480,	4620,	4760,	4900,
5040,	5180,	5320,	5470,	5620,	5770,	5920,	6080,	6240,	6400,
6560,	6720,	6880,	7050,	7220,	7390,	7560,	7740,	7920,	8100,
8280,	8460,	8640,	8830,	9020,	9210,	9400,	9600,	9800,	10000.

Analisando as sequência de números gerados, Ventura e Kenji perceberam um padrão ao agrupar os termos da tabela em blocos: os três primeiros estão em uma Progressão Aritmética de razão 0, os quatro próximos de razão dez, os seis próximos de razão 20, os quatro próximos de razão 30, e assim por diante. A Figura 3 ilustra esse padrão.

Figura 3 – Gráfico que ilustra o padrão da tabela



Fonte: os próprios autores.

Supondo o padrão como verdadeiro, o calculo do último elemento do k-ésimo bloco se da pela fórmula:

$$r_k = 40 + 2 \cdot 60 + 3 \cdot 40 + \cdots + k \cdot [50 + 10(-1)^k] \tag{1}$$

Logo, para um quadrado perfeito m qualquer, tomemos k como sendo o menor número inteiro tal que $\lfloor m \rfloor_{10} \leq r_k$ (onde a operação $\lfloor . \rfloor_{10}$ equivale a remover a parte fracionária e o dígito da unidade de um número), deste modo, r_k é o último elemento no bloco a qual m pertence. Sendo r tal que $\lfloor r^2 \rfloor_{10} = r_k$, é fácil notar que $r = 3 + 4 + 6 + 4 + \cdots + [5 + (-1)^k]$. Logo, para encontrar a raiz quadrada de m bastaria subtrair $\frac{r_k - \lfloor m \rfloor_{10}}{10k}$ de r.

Toda a notação utilizada acima foi criada pelo grupo, a fim de formalizar as ideias dos estudantes do ponto de vista matemático. Esse foi o primeiro passo para provar a exatidão do método. O passo seguinte foi mostrar que a convergência assintótica do método com a função raiz quadrada. E por último, comprovar os padrões observados pelos estudantes para todos os quadrados perfeitos.

Após uma revisão pelo tutor do PET Matemática UEL da demonstração teórica, o grupo recebeu os estudantes e seus responsáveis legais (Figura 4) em uma de suas reuniões ordinárias, onde foi apresentada a eles a demonstração que foi elaborada e o software desenvolvido. Após isso, foi feita a proposta de redigir um artigo em parceria com os estudantes, para publicá-lo na revista científica “Semina: Ciências Exatas e Tecnológicas” (Figura 5) da Universidade Estadual de Londrina.

Figura 4 – Foto tirada com Felipe Kenji e os responsáveis pelos jovens.



Fonte: os próprios autores (2025).

RESULTADOS E CONSIDERAÇÕES FINAIS

Após o trabalho de perícia e análise matemática do algoritmo dos jovens, o qual foi posteriormente revisado pelo tutor do grupo PET, foi concluído que o método detalhado funcionava. Além disso, o grupo, com sucesso, implementou, de maneira computacional, o algoritmo desenvolvido pelos estudantes. O software, programado em C, se mostrou completamente funcional, reforçando assim a funcionalidade do método.

Adicionalmente, o grupo iniciou e terminou a redação de um artigo científico com os estudantes, o qual é entitulado *"A Digit-Based Algorithm for Computing Square Roots of Perfect Squares"* e que foi publicado na revista “Semina: Ciências Exatas e Tecnológicas” da Universidade Estadual de Londrina, no dia 16 de julho de 2026, detalhando todo o método dos estudantes.

Em uma abordagem educacional baseada exclusivamente na transmissão de procedimentos, uma descoberta desse tipo poderia facilmente ser considerada apenas uma curiosidade. Entretanto, a valorização da experimentação e da descoberta, defendida por Lorenzato (2006), permite compreender a própria tentativa do estudante como parte do processo de construção do conhecimento.

Além disso, a situação exemplifica uma relação de aprendizagem na qual os estudantes não aparecem simplesmente como receptores de um conhecimento produzido pelo professor ou pela universidade. A contribuição inicial partiu deles, e o trabalho posterior consistiu em investigar, questionar, testar e formalizar sua proposta. Essa dinâmica estabelece uma relação mais dialógica entre os sujeitos envolvidos.

Nesse sentido, aproxima-se da crítica de Freire (1987) à concepção “bancária” de educação, na qual o educador ocupa exclusivamente a posição de quem sabe e o educando a de quem recebe. Freire contrapõe a essa perspectiva uma educação problematizadora e dialógica, na qual educador e educando participam da construção do conhecimento.

É muito raro encontrar casos em que estudantes tão jovens tenham êxito em elaborar algo verdadeiramente novo e funcional na matemática, isso torna tal experiência algo inédito para o grupo PET Matemática UEL e, ao mesmo tempo, algo que dificilmente voltará a se repetir. Isso por si só já evidencia a grande importância deste projeto, tanto para o grupo quanto para os jovens estudantes que, antes mesmo de chegar no ensino superior, poderão contar com uma publicação em seus currículos.

AGRADECIMENTOS

Ao grupo PET Matemática pela experiência adquirida e pelo companheirismo dos integrantes, à Secretaria de Educação Superior (SESu) do Ministério da Educação (MEC) e ao Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação (FNDE), pela Bolsa-PET, que financia o projeto.

REFERÊNCIAS

ZAMBALDI GARCIA, João Alexandre; IOKOTA, Felipe Kenji; LIBONI, Paulo; MOREIRA, Luís Rafael Carvalho; NOGUEIRA, Pablo Marcelo Arboleya; SANTANA, Eduardo Henrique de; SILVA, Fabrício Ventura da. A Digit-Based Algorithm for Computing Square Roots of Perfect Squares. **Semina: Ciências Exatas e Tecnológicas**, [S. l.], v. 47, p. e54706, 2026. DOI: 10.5433/1679-0375.2026.v47.54706.
Disponível em: https://ojs.uel.br/revistas/uel/index.php/semexatas/article/view/54706.
Acesso em: 10 aug. 2026.

D'AMBROSIO, Ubiratan. **Educação Matemática: da teoria à prática**. Papirus Editora, 2007.

FREIRE, Paulo. Pedagogia do oprimido. Rio de Janeiro: Paz e Terra. **Capítulos II e III**, 1987.

LORENZATO, Sergio. **Para aprender matemática**. Autores Associados, 2006.

LEISERSON, Charles E. et al. Algoritmos: teoria e prática. **Campus, ed**, v. 1, 2002.