



EXPLORANDO ANÉIS DE POLINÔMIOS NO CONTEXTO DA EDUCAÇÃO BÁSICA

Anna Letícia Rodrigues Maciel
Universidade Estadual de Londrina
annaleticia.rm@uel.br

Vitor Augusto dos Santos Bergantini
Universidade Estadual de Londrina
vitor.bergantini@uel.br

Gabriel Castro da Silva
Universidade Estadual de Londrina
gabriel.castro04@uel.br

Kassiana Schmidt Surjus
Universidade Estadual de Londrina
kassiana.ssurjus@uel.br

Resumo:

Esta pesquisa apresenta uma análise das conexões entre os anéis de polinômios e o ensino deste conteúdo na Educação Básica. A abordagem inclui revisão teórica, análise de documentos curriculares e de livros didáticos. Os resultados indicam que o ensino ainda privilegia procedimentos mecânicos e faltam propostas de atividades com foco em aplicações contextualizadas. Conclui-se que integrar fundamentos algébricos a propostas didáticas significativas pode tornar o aprendizado mais efetivo, contribuindo para o desenvolvimento da compreensão conceitual dos estudantes sobre os polinômios.

Palavras-chave: Polinômios; Estruturas Algébricas; Educação Básica.

1. Introdução

Os polinômios desempenham um papel fundamental na matemática, tanto em sua aplicação prática quanto em sua estrutura teórica. Na Educação Básica, o estudo de polinômios costuma ser introduzido no Ensino Fundamental e aprofundado no Ensino Médio, com ênfase em suas operações algébricas e aplicações. Esse conceito está profundamente relacionado a uma estrutura algébrica mais ampla, conhecida como anel.

As estruturas algébricas, como grupos, anéis e corpos, fornecem uma base para o entendimento de operações matemáticas e suas propriedades. No caso dos polinômios, a organização de suas operações dentro de um anel conecta aspectos teóricos à prática pedagógica. Essa relação entre a álgebra abstrata e o ensino básico abre possibilidades para um ensino mais contextualizado e significativo.

Esta pesquisa é resultado de uma proposta desenvolvida na disciplina de Estruturas Algébricas, do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Estadual de Londrina. O objetivo é explorar as conexões entre os anéis de polinômios e o seu ensino na Educação Básica, analisando como esse conteúdo é abordado nos documentos curriculares e em livros didáticos.

2. O conceito de polinômios no Ensino Superior

O conhecimento que os professores detêm sobre a matemática influencia diretamente a aprendizagem dos estudantes, sendo que intervenções pedagógicas eficazes dependem da capacidade do professor de entender profundamente os conceitos matemáticos. É essencial que os professores transformem conceitos abstratos, como os polinômios, em formas acessíveis aos alunos, evitando focar exclusivamente na memorização de procedimentos ou fórmulas (Lautenschlager; Ribeiro, 2017).

Nesse contexto, a formação contínua dos docentes é fundamental para garantir que conceitos como polinômios sejam abordados de maneira clara e compreensível, favorecendo a aprendizagem dos estudantes (Lautenschlager; Ribeiro, 2017). Para tal, é crucial entender as estruturas algébricas em que os polinômios estão inseridos, começando pela definição dos anéis de polinômios, conforme mostrado na Figura 1.

Figura 1 – Definição de polinômio na Álgebra

Seja A um anel. Uma *sequência de elementos em A* é uma função $f : \mathbb{N} \longrightarrow A$, que costuma ser representada na forma $f = (a_0, a_1, a_2, \dots)$ ou, de forma mais simplificada, $f = (a_i)$.

Nesse formato, estamos representando $f(k)$ por a_k , para todo $k \in \mathbb{N}$. O elemento $a_k \in A$ é denominado o *k -ésimo termo* da sequência.

Fonte: Andrade (2025, p. 225)

O conceito tal como é apresentado nos livros de Estruturas Algébricas, deve ser “revestido de uma forma didática, visando sua apresentação aos alunos” (Brockington; Pietrocola, 2005). Esse processo é conhecido como Transposição Didática, que envolve a seleção e adaptação dos saberes científicos para que eles possam integrar o sistema de ensino. Chevallard (1998) define a Transposição Didática como um instrumento eficiente para analisar o processo por meio do qual o saber produzido pelos cientistas denominado Saber Sábio (é o saber desenvolvido pelos cientistas nos institutos de pesquisas, e que passa pelo crivo da comunidade científica que tem o papel de legitimar este saber) se transforma naquele que está contido nos programas e livros didáticos o Saber a Ensinar (ao ser transposto para o ambiente escolar o saber sábio transforma-se em saber a ensinar, sendo adaptado ao ambiente escolar, passando a integrá-lo). A transposição do Saber sábio para o saber a ensinar é chamada primeira transposição didática. Uma segunda transposição didática ocorre quando o saber a ensinar se transforma naquele que realmente aparece nas salas de aula (o Saber Ensinado: quando o professor efetivamente ensina em suas aulas, tendo como base o saber a ensinar, então ele produz o Saber Ensinado).

Desse modo, a Transposição Didática é necessária por vários motivos. Um deles é o tempo que o professor tem para ensinar os conteúdos. Além disso, cada nível de escolaridade tem seus próprios objetivos e níveis de aprofundamento. Deve-se considerar que, a maturidade dos alunos, já que eles ainda não estão preparados para assimilar o conhecimento da forma como é produzido e apresentado pela comunidade científica. Por isso, o professor precisa adaptar a linguagem e a forma de ensinar para facilitar a aprendizagem.

3. O ensino de polinômios na Educação Básica

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) orienta o currículo da Educação Básica no Brasil, estabelecendo diretrizes para o ensino de Matemática. O Quadro 1 indica em quais anos o conceito de polinômios deve ser abordado e quais competências e habilidades devem ser desenvolvidas.

Quadro 1 – Habilidades da BNCC relacionadas a polinômios

Código da habilidade	Descrição da habilidade
EF07MA18	Resolver e elaborar problemas que possam ser representados por equações polinomiais de 1º grau, redutíveis à forma $ax + b = c$, fazendo uso das propriedades da igualdade.
EF08MA09	Resolver e elaborar, com e sem uso de tecnologias, problemas que possam ser representados por equações polinomiais de 2º grau do tipo $ax^2 = b$.
EF09MA09	Compreender os processos de fatoração de expressões algébricas, com base em suas relações com os produtos notáveis, para resolver e elaborar problemas que possam ser representados por equações polinomiais do 2º grau.
EM13MAT302	Construir modelos empregando as funções polinomiais de 1º ou 2º graus, para resolver problemas em contextos diversos, com ou sem apoio de tecnologias digitais.
EM13MAT401	Converter representações algébricas de funções polinomiais de 1º grau em representações geométricas no plano cartesiano, distinguindo os casos nos quais o comportamento é proporcional, recorrendo ou não a softwares ou aplicativos de álgebra e geometria dinâmica.
EM13MAT402	Converter representações algébricas de funções polinomiais de 2º grau em representações geométricas no plano cartesiano, distinguindo os casos nos quais uma variável for diretamente proporcional ao quadrado da outra, recorrendo ou não a softwares ou aplicativos de álgebra e geometria dinâmica, entre outros materiais.
EM13MAT501	Investigar relações entre números expressos em tabelas para representá-los no plano cartesiano, identificando padrões e criando conjecturas para generalizar e expressar algebricamente essa generalização, reconhecendo quando essa representação é de função polinomial de 1º grau.
EM13MAT502	Investigar relações entre números expressos em tabelas para representá-los no plano cartesiano, identificando padrões e criando conjecturas para generalizar e expressar algebricamente essa generalização, reconhecendo quando essa representação é de função polinomial de 2º grau do tipo $y = ax^2$.

Fonte: Brasil (2018)

As Diretrizes Curriculares da Educação Básica para a Matemática no Paraná, em consonância com a BNCC, reconhecem os polinômios como um dos componentes do Conteúdo Estruturante “Números e Álgebra”, contemplando esse conteúdo tanto no Ensino Fundamental quanto no Ensino Médio, destacando sua relevância para a consolidação da aprendizagem matemática no contexto escolar (Paraná, 2008).

A fim de compreender como esse conteúdo é apresentado ao longo da Educação Básica, selecionamos três obras didáticas: *Matemática e Realidade: 7º ano* (10ª edição, 2022), *Matemática e Realidade: 8º ano* (10ª edição, 2022), ambas de Gelson Iezzi, Osvaldo Dolce e Antonio Machado, e *Fundamentos de Matemática Elementar, volume 6 – Complexos, Polinômios, Equações* (8ª edição, 2013), de Gelson Iezzi.

No 7º ano do Ensino Fundamental, os polinômios são introduzidos como uma expressão algébrica composta por monômios, com ênfase nas operações básicas: adição, subtração, multiplicação e divisão de monômios. Os livros didáticos apresentam o conceito com exemplos práticos, evitando aprofundamentos formais. A Figura 2 retrata essa definição.

Figura 2 – Definição de polinômio no 7º ano do Ensino Fundamental

O que são polinômios?

Quantos termos têm estas expressões algébricas?

$3x$ → Essa expressão é um monômio. Tem 1 termo.

$3x + 7$

$\frac{1}{2}a + 2b - 3c + \frac{3}{5}$

Essas expressões são somas algébricas de monômios.
Uma tem 2 termos, e a outra tem 4.

Essas expressões são denominadas **polinômios**.

Quando um polinômio apresenta termos semelhantes, eles podem ser adicionados, ficando os termos semelhantes reduzidos a um só termo.

Fonte: Iezzi, Dolce e Machado (2022, p. 190)

O estudo dos polinômios é retomado com a inclusão de aspectos estruturais mais detalhados no 8º ano do Ensino Fundamental. Os materiais didáticos destacam que essas expressões incluem números e letras, que representam, respectivamente, o coeficiente numérico e a parte literal, como indicado na Figura 3. Apesar da definição enfatizar a álgebra, nem sempre facilita a compreensão completa do conceito e sua aplicabilidade prática.

Figura 3 – Definição de polinômio no 8º ano do Ensino Fundamental

Polinômios

Como já estudamos, **monômio** é uma expressão algébrica que possui multiplicação de números e variáveis, podendo a multiplicação dessas estar indicada como potência de expoente inteiro não negativo. O monômio possui a parte numérica, que é o coeficiente, e a parte literal (letras), composta das variáveis e seus expoentes.

São exemplos de monômios:

$8a$	→	coeficiente 8 e parte literal a
$-2xy$	→	coeficiente -2 e parte literal xy
$\frac{3}{4}x^2$	→	coeficiente $\frac{3}{4}$ e parte literal x^2
a^2b^2c	→	coeficiente 1 e parte literal a^2b^2c
$-x$	→	coeficiente -1 e parte literal x
10	→	monômio sem parte literal
0	→	monômio nulo

A soma algébrica de monômios é denominada **polinômio**, e cada monômio é chamado **termo**.

São exemplos de polinômios:

$5x$	→	polinômio de 1 termo (ou monômio)
$ax + b$	→	polinômio de 2 termos (ou binômio)
$3x^2 + 2x - 1$	→	polinômio de 3 termos (ou trinômio)
$xy + yz + zx - x - y - z + 1$	→	polinômio de 7 termos

mono: 1 tri: 3
bi: 2 poli: vários

Fonte: Iezzi, Dolce e Machado (2022, p. 97)

Já no Ensino Médio, o estudo dos polinômios torna-se mais formal. Além das operações algébricas já introduzidas no Ensino Fundamental, os polinômios passam a ser analisados no contexto das funções, permitindo uma compreensão mais ampla de suas propriedades e aplicações. A Figura 4 apresenta a definição de polinômios nesse nível, enfatizando sua estrutura algébrica e seu papel no estudo das funções polinomiais.

Figura 4 – Definição de polinômio no Ensino Médio

I. Polinômios

35. Função polinomial ou polinômio

Dada a sequência de números complexos $(a_0, a_1, a_2, \dots, a_n)$, consideremos a função: $f: \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$ dada por $f(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n$. A função f é denominada **função polinomial** ou **polinômio** associado à sequência dada.

Os números $a_0, a_1, a_2, \dots, a_n$ são denominados **coeficientes** e as parcelas $a_0, a_1x, a_2x^2, \dots, a_nx^n$ são chamadas **termos** do polinômio f .

Uma função polinomial de um único termo é denominada **função monomial** ou **monômio**.

Fonte: Iezzi (2013, p. 53)

4. Aplicações práticas do conceito de polinômios

De acordo com Lautenschlager e Ribeiro (2017), o livro didático é a principal referência disponível para os professores, desempenhando um papel crucial nas práticas pedagógicas. Os autores apontam que o ensino de polinômios frequentemente se concentra na representação das medidas de figuras geométricas e o uso excessivo de atividades focadas em cálculos e procedimentos algébricos.

A Figura 5 exemplifica como geralmente os polinômios são trabalhados em sala de aula, por meio de exercícios que relacionam expressões algébricas a medidas geométricas e priorizam procedimentos padronizados. Essa abordagem pode ser um fator limitante para a construção de significados matemáticos e a aplicação dos conteúdos em contextos reais.

Figura 5 – Exercícios de polinômios - Anos Finais do Ensino Fundamental

Atividades

31. Indique se cada expressão algébrica a seguir é monômio, binômio ou trinômio.

a) $ax + b$ Binômio. d) $ax^2 + bx + c$ Trinômio.
b) $x^3 - 1000$ Binômio. e) x^3 Monômio.
c) $3abc$ Monômio.

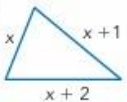
32. Qual é o coeficiente de cada monômio?

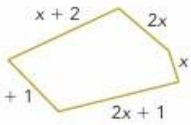
a) $6x$ 6 d) x^3y^2 1
b) $-12m^2$ -12 e) $-ab^2$ -1
c) $\frac{3}{5}ab$ $\frac{3}{5}$ f) $\frac{x}{4}$ $\frac{1}{4}$

33. Reduza cada expressão algébrica a um só termo.

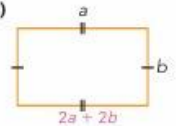
a) $4x + 7x$ $11x$ d) $-2x^2 + x^2 + 9x^2$ $8x^2$
b) $8y - 5y + y$ $4y$ e) $4xy + 2yx$ $6xy$
c) $\frac{1}{2}xy - 2xy - \frac{3}{2}xy$ $-\frac{17}{2}xy$ f) $-\frac{3}{5}x + \frac{7}{2}x - \frac{15}{4}x$

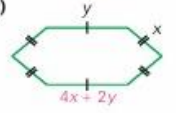
34. Determine a expressão algébrica que representa a medida de perímetro de cada polígono. Depois, indique o termo independente de cada expressão.

a)  $3x + 3; +3.$

b)  $7x + 4; +4.$

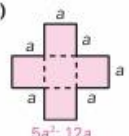
Faça as atividades no caderno.

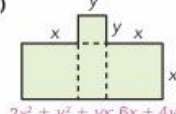
c)  Termo independente é igual a zero.

d)  Termo independente é igual a zero.

35. Ubiratan tem três irmãs: Samantha, Luana e Natasha. Em relação à idade de Ubiratan, Samantha tem 5 anos a mais, Luana tem 2 anos a mais e Natasha tem 6 anos a menos. Considerando que Ubiratan tenha n anos, quantos anos terão os quatro juntos? $4n + 1$

36. Quais são as expressões algébricas que representam as medidas de área destas figuras? E as medidas de perímetro? Considere que lados consecutivos de cada figura foram ângulos retos.

a)  $5a^2; 12a$

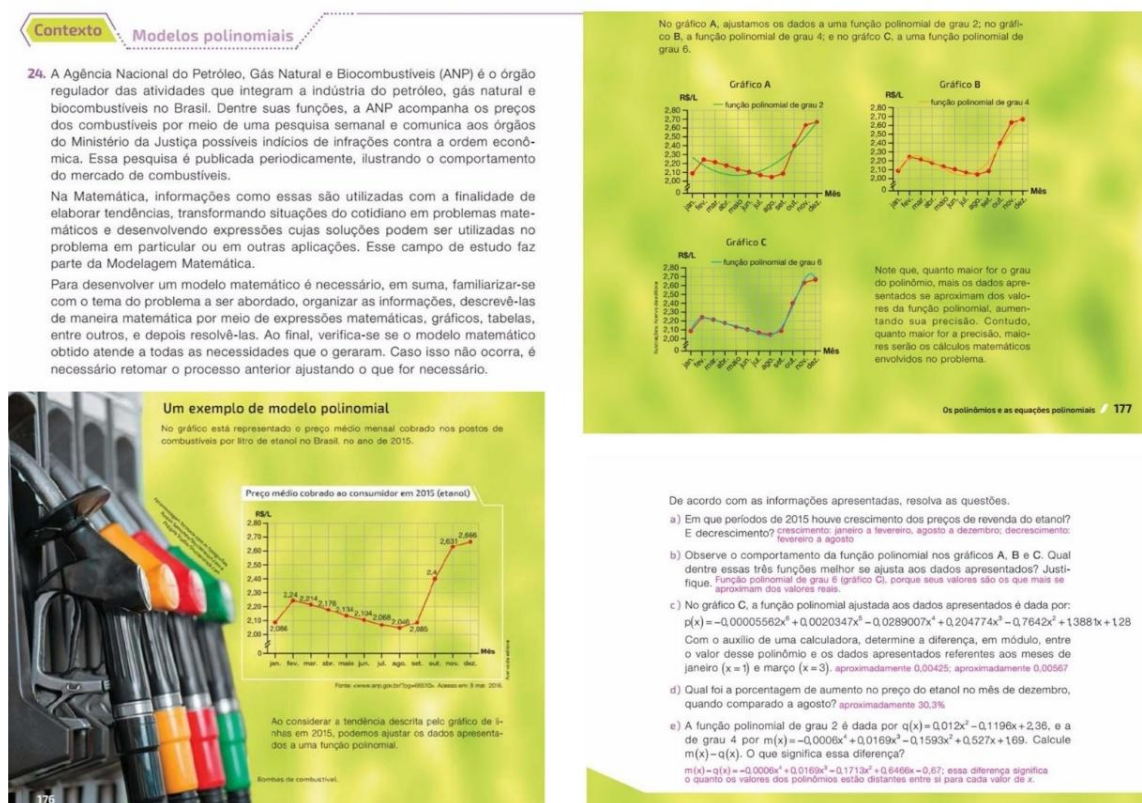
b)  $2x^2 + y^2 + yx; 6x + 4y$

Fonte: Iezzi, Dolce e Machado (2022, p. 98)

Diante disso, é essencial que os alunos entendam as aplicações práticas dos polinômios e associem esses conceitos a situações do cotidiano. Portanto, o ensino de polinômios deve incluir a resolução de problemas contextualizados, utilizando as estruturas algébricas como ferramenta de resolução (Correia; Souza, 2021).

A partir dessas reflexões, a atividade proposta na Figura 6, serve como exemplo de situação contextualizada ao explorar a modelagem matemática para analisar a variação do preço médio do etanol ao longo de 2015. A atividade propõe a interpretação de uma função polinomial, permitindo que os alunos identifiquem períodos de crescimento e queda, comparem valores ao longo dos meses e calculem variações.

Figura 6 – Exercício contextualizado - Ensino Médio

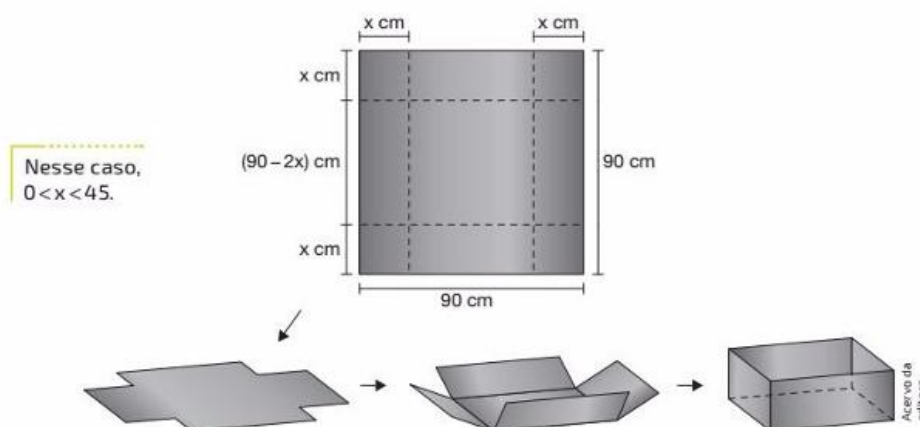


Fonte: Souza; Garcia (2016, p. 176-177)

A atividade ilustrada na Figura 7, segue a abordagem tradicional dos livros didáticos ao trabalhar o ensino de polinômios por meio do cálculo de áreas e volumes, porém com um diferencial na contextualização. Propõe-se um problema prático relacionado à construção de caixas metálicas sem tampa a partir de chapas quadradas, mostrando aos alunos como formular uma equação polinomial para determinar a medida do lado do quadrado que deve ser removido dos cantos das chapas.

Figura 7 – Exemplo contextualizado - Ensino Médio

Certa indústria deseja fabricar caixas sem tampa, em formato de paralelepípedo, a partir de chapas metálicas quadradas de 90 cm de lado. Para que seja possível a confecção das caixas, será retirado de cada “canto” da chapa um quadrado de lado x cm. Depois, os lados serão dobrados e soldados, formando a caixa.



A intenção do fabricante é que essas caixas, quando prontas, tenham capacidade igual a $50\,000\text{ cm}^3$, desconsiderando a espessura do material. De acordo com essas exigências, qual deve ser a medida x do lado de cada quadrado a ser retirado da chapa?

Para calcular a capacidade da caixa que será construída, multiplicamos a área de sua base pela altura, obtendo o volume de um paralelepípedo equivalente:

- Área da base: $A = (90 - 2x)^2\text{ cm}^2$
- Altura: $h = x\text{ cm}$
- Volume: $V = A \cdot h = (90 - 2x)^2 \cdot x = (8\,100 - 360x + 4x^2) \cdot x = 4x^3 - 360x^2 + 8\,100x$

Como a intenção do fabricante é que a caixa tenha capacidade de $50\,000\text{ cm}^3$, temos que:

$$4x^3 - 360x^2 + 8\,100x = 50\,000 \Rightarrow 4x^3 - 360x^2 + 8\,100x - 50\,000 = 0$$

Assim, ao resolvermos essa equação, determinamos a medida x do lado de cada quadrado que será retirado da chapa metálica.

A equação obtida nessa situação é uma equação polinomial.

Fonte: Souza; Garcia (2016, p. 184)



5. Resultados da Pesquisa

Os resultados da análise apontam que, embora os polinômios estejam presentes no currículo escolar, o ensino permanece centrado na manipulação algébrica e na reprodução de procedimentos. Esse modelo pode comprometer a construção de significados e dificultar a compreensão das propriedades estruturais desse conteúdo. Por outro lado, propostas que envolvem problemas contextualizados revelam potencial para tornar a aprendizagem mais dinâmica e significativa, favorecendo a conexão entre teoria e prática, pois de acordo com Luccas e Batista (2008, p. 9), “a contextualização dos objetos matemáticos pode estimular os alunos para que se sintam motivados a aprender, principalmente quando envolve um contexto diferente do puramente matemático”.

No contexto da Educação Básica, a formação docente é um fator determinante para qualificar o trabalho desenvolvido em sala de aula. As reflexões apresentadas apontam para a importância de preparar os professores para articular os fundamentos matemáticos a situações de ensino mais significativas, favorecendo o aprendizado dos estudantes e contribuindo para enfrentar os desafios educacionais contemporâneos.

6. Referências

ANDRADE, Lenimar Nunes de. **Introdução à Álgebra: Questões Comentadas e Resolvidas**. 1. ed. São Paulo: Blucher, 2025.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, DF: MEC, 2018.

BROCKINGTON, G.; PIETROCOLA, M. Serão as Regras da Transposição Didática aplicáveis aos Conceitos de Física Moderna? In: **Investigações em Ensino de Ciências**, Vol.10, N. 3, dezembro/2005.

CHEVALLARD, Yves. **La Transposición Didáctica: del saber sadio al saber enseñado**. Buenos Aires: Aique Grupo Editor AS, © 1998.

CORREIA, Divanez Alves; SOUZA, Wallysonn Alves de. **Caderno de Atividades - o ensino de polinômios com o software GeoGebra**. Palmas: IFTO Campus Palmas, 2021. Disponível em: <https://educapes.capes.gov.br/handle/capes/643090>. Acesso em: 9 fev. 2025.



IEZZI, Gelson. **Fundamentos de Matemática Elementar, 6:** complexos, polinômios, equações. 8. ed. São Paulo: Atual, 2013.

IEZZI, Gelson; DOLCE, Osvaldo; MACHADO, Antonio. **Matemática e Realidade:** 7º ano. 10. ed. São Paulo: Atual Editora, 2022.

IEZZI, Gelson; DOLCE, Osvaldo; MACHADO, Antonio. **Matemática e Realidade:** 8º ano. 10. ed. São Paulo: Atual Editora, 2022.

LAUTENSCHLAGER, E.; RIBEIRO, A. J. Formação de professores de matemática e o ensino de polinômios. **Educação Matemática Pesquisa Revista do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática**, São Paulo, v. 19, n. 2, 2017.

LUCCAS, S.; BATISTA, I. D. L. (2008). A importância da contextualização e da descontextualização no ensino de Matemática: uma análise epistemológica. **Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-Graduação em Educação Matemática**, 2, 1-17.

PARANÁ, Secretaria de Estado da Educação do Paraná. **Diretrizes Curriculares da Educação Básica Matemática**. Curitiba: 2008.

SOUZA, Joamir; GARCIA, Jacqueline. **Contato Matemática:** Volume 3. 1. ed. São Paulo: FTD, 2016.