



RELAÇÕES MÉTRICAS NO TRIÂNGULO RETÂNGULO: construção de conhecimentos por meio de oficinas

Bruno Chagas
Universidade Estadual de Londrina
bruno.chagas12@uel.br

Gustavo Alexandre Pires Sant' Ana
Universidade Estadual de Londrina
gustavo.alexandre1@uel.br

Tiago Ricardo de Oliveira
Universidade Estadual de Londrina
tiago.ricardo.oliveira@uel.br

Magna Natalia Marin Pires
Universidade Estadual de Londrina
magna@uel.br

Resumo:

Este trabalho tem a intenção de relatar a experiência de estudantes de Graduação de Licenciatura e Bacharel em Matemática da Universidade Estadual de Londrina em um projeto de extensão em formato de oficina. O projeto tem por objetivo debater conteúdos da Educação Básica, desenvolver assuntos como relações métricas no triângulo retângulo e por fim planejar aulas para implementações de oficinas em escolas da Rede Pública Estadual e para os alunos ingressantes no 1º ano da Graduação de Licenciatura em Matemática. No primeiro semestre do projeto foram abordados três temas: relações métricas no triângulo retângulo, razões trigonométricas e trigonometria na circunferência, neste relato abordaremos o primeiro tema. O grupo de estudantes envolvidos pôde notar a força de oficinas para o aprendizado tanto para estudantes da Educação Básica, quanto para os graduandos.

Palavras-chave: relações métricas no triângulo retângulo; oficina; projeto de extensão; graduandos em Matemática.

1. Introdução

A área da Educação Matemática se mostra importante para o processo de aprendizagem, mas se busca meios para evolução no ensino de Matemática, que pode ser



impulsionada por métodos e tendências de ensino distintas. Neste cenário, o projeto “Fortalecendo saberes matemáticos”, busca por meio de oficinas e encontros desenvolver e aprimorar os conhecimentos referente a conteúdos matemáticos da Educação Básica. Neste projeto o envolvimento de discentes de Bacharelado e de Licenciatura em Matemática juntamente com professores da Instituição de Ensino Superior, se mostra relevante tanto para a formação de docentes quanto um atrativo para os estudantes que vivenciam a oficina que, por meio de construções matemáticas, desenvolvimento de pensamentos, discussões e levantamento de hipóteses, que os estudantes compreenderem o conteúdo idealizado.

O projeto teve início com o intuito dos estudantes do Bacharelado e da Licenciatura em Matemática aprenderem e relembrem conceitos da Educação Básica e, em seguida, buscarem desenvolver métodos e oficinas com o objetivo de serem desenvolvidas para alunos do Ensino Fundamental, Ensino Médio e iniciantes na Graduação em Matemática de forma diferente e fora do padrão tradicional.

2. Oficina de Relações Métricas no Triângulo Retângulo

Neste relato escolhemos abordar o conteúdo de relações métricas no triângulo retângulo. Os objetivos traçados para esse conteúdo foram:

- reconhecer e construir triângulos retângulos semelhantes;
- reconhecer a propriedade dos triângulos inscritos em semicircunferência;
- verificar experimentalmente que a soma dos ângulos internos de um triângulo é 180° ;
- estabelecer as relações métricas em triângulos retângulos por meio da proporção em triângulos semelhantes;
- aplicar os conceitos estudados em problemas que envolvem situações reais.

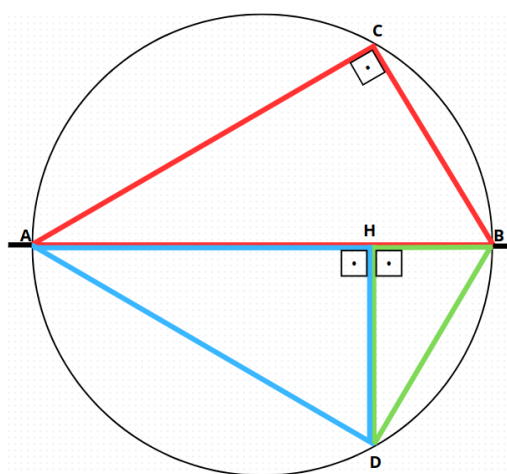
Na oficina foram utilizados materiais como: folha sulfite A4, caneta, borracha, calculadora, lápis de cor, compasso, transferidor, tesoura, régua e lapiseira. As estratégias adotadas para o desenvolvimento da oficina são: Resoluções de Problemas e construções com régua e compasso.

A avaliação é realizada durante toda a oficina. Os participantes são observados pelo envolvimento nas realizações da tarefa. Em especial, o professor observa a exatidão das construções e a produção matemática nas resoluções dos problemas. O prazo estimado para esta oficina é de 3 horas, com um intervalo de 10 minutos.

Os alunos são orientados a construir circunferências de raios distintos, e por meio de instruções serão guiados a traçar o diâmetro e em seguida definir algum ponto na extremidade para o desenho do triângulo, e desta forma, garantindo que os triângulos construídos sejam retângulos e semelhantes. A partir destas construções, os alunos devem responder algumas perguntas como:

- Com as instruções dadas, os triângulos vermelhos obtidos por cada um de vocês são iguais¹? E os azuis? E os verdes?
- O que nos garante que ao traçar um triângulo em uma semicircunferência ele será um triângulo retângulo?
- Meça os ângulos dos triângulos que você construiu. Quais são suas medidas? Pode-se afirmar que os três triângulos obtidos são semelhantes? Por quê?

Figura 1 – Construção dos triângulos retângulos semelhantes



Fonte: os autores

¹ A palavra “igual” nesta frase possui o sentido de semelhante e congruente.

Nesta etapa é importante frisar a relevância da sobreposição de triângulos de forma que os alunos participantes observem a semelhança dos triângulos.

A próxima etapa consiste em descobrir as relações métricas entre estes triângulos, é de suma importância a definição dos lados de forma igual com os alunos. A partir desta sobreposição os alunos irão completar as sobreposições.

Dando sequência foram formalizadas as relações métricas encontradas da seguinte forma:

- I: Triângulo vermelho com Triângulo verde: $\frac{c}{h} = \frac{b}{m} \rightarrow bh = cm$
- II: Triângulo vermelho com Triângulo verde: $\frac{a}{b} = \frac{b}{m} \rightarrow b^2 = am$
- III: Triângulo vermelho com Triângulo verde: $\frac{c}{h} = \frac{a}{b} \rightarrow ah = cb$
- IV: Triângulo verde com Triângulo azul: $\frac{h}{n} = \frac{m}{h} \rightarrow nm = h^2$
- V: Triângulo verde com Triângulo azul: $\frac{h}{n} = \frac{b}{c} \rightarrow nb = hc$
- VI: Triângulo verde com Triângulo azul: $\frac{m}{h} = \frac{b}{c} \rightarrow hb = mc$
- VII: Triângulo vermelho com Triângulo azul: $\frac{c}{n} = \frac{a}{c} \rightarrow c^2 = an$
- VIII: Triângulo vermelho com Triângulo azul: $\frac{c}{n} = \frac{b}{h} \rightarrow cb = ah$
- IX: Triângulo vermelho com Triângulo azul: $\frac{a}{c} = \frac{b}{h} \rightarrow cb = ah$
- X: Relação geral: $m + n = a$

Por conseguinte, podemos redigir com os seguintes enunciados:

- II, IV e VII: O quadrado da medida de um cateto é igual ao produto da medida da hipotenusa pela medida da projeção desse cateto sobre ela.
- I e V: o produto da medida de um cateto pela altura é igual ao produto da medida de sua projeção sobre ela, pela do outro cateto.
- IV: o quadrado da medida da altura é igual ao produto das medidas das duas projeções dos catetos sobre a hipotenusa.
- IX: o produto das medidas dos catetos é igual ao produto da medida da altura pela medida da hipotenusa.



Esses enunciados são as relações métricas. Em um último momento podemos mostrar a ligação entre as relações métricas em um triângulo retângulo e o Teorema de Pitágoras ao somarmos as equações II e VII:

$$+ \{b^2 = am \quad c^2 = an \rightarrow b^2 + c^2 = am + an \rightarrow b^2 + c^2 = a(m + n) \rightarrow b^2 + c^2 = a^2$$

Para finalização da atividade é proposto atividades com a aplicações no dia a dia para fixação e confirmação do entendimento dos alunos.

3. Aplicação

O projeto “Fortalecendo Saberes Matemáticos” incluiu uma oficina com três aplicações distintas, detalhadas a seguir.

A primeira aplicação ocorreu no dia 30/11/2024 com duração média de 2h30min na qual consistia no encontro de encerramento do Programa de Iniciação Científica Junior da OBMEP, coordenado pela Prof.^a Dr.^a Ana Lucia da Silva e ofertada a estudantes de diferentes anos escolares.

Durante a oficina, foi observado o desinteresse de alguns estudantes, na qual pode estar relacionado a fatores variados, como a adaptação de novos métodos de ensino, ou a familiaridade com o conteúdo, mesmo que de acordo com a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) o conteúdo seja trabalhado no 9º ano do Ensino fundamental, embora não tenhamos dados precisos sobre as causas.

Em seguida, realizamos uma nova aplicação da oficina na data de 03/12/2024 com duração média de 3h no Colégio Estadual Cívico Militar Marquês de Caravelas, localizado na cidade de Arapongas no Paraná a convite do Professor Fábio Ferla. Na aplicação, contamos com a participação de estudantes dos anos finais do Ensino Fundamental e Ensino Médio que declararam interesse em participar. A maioria dos estudantes apresentou uma considerável dificuldade com o conteúdo. No entanto o estudante fictício Bernardo se destacou ao realizar a prova do Teorema de Pitágoras a partir das relações métricas obtidas em conjunto com a turma e, em seguida, compartilhou sua linha de raciocínio com os demais.

Em um breve relato, o Prof.^o Fábio Ferla destacou a relevância da oficina. Ele ressaltou que a participação dos acadêmicos reforça a mensagem de que a educação é um



dos principais caminhos para alcançar uma vida melhor e, ao mesmo tempo, incentivar os estudantes a considerarem a docência como carreira futura.

Em conversa de forma online com um aluno que usaremos o nome fictício Bryan, estudante do 1ºEM, obtivemos o seguinte feedback: *“Ano passado, tivemos duas aulas bem legais sobre trigonometria e relações métricas com alunos da UEL no Colégio Marques de Caravelas. Eles explicaram de um jeito diferente, com exemplos práticos, o que ajudou bastante a entender coisas como seno, cosseno e tangente. Foi uma experiência bacana, que deixou o assunto mais claro e interessante.”*

A experiência relatada nos fez refletir que o aprendizado é muito mais que uma aula tradicional repleta de slides. Para que o estudante possa aprender, é preciso de situações que envolvam seu cotidiano e que os instiguem a pensar, sendo muito mais vantajoso aos mesmos que construam visualmente de início para que em seguida saibam o porquê podemos utilizar tudo que utilizamos na Matemática diariamente.

Já a última aplicação ocorreu em 6 encontros distintos com estudantes ingressantes no curso de Licenciatura em Matemática no ano de 2025 que entraram como colaboradores no projeto “Fortalecendo Saberes Matemáticos”, visto que o conteúdo era convergente ao estudado na disciplina de Matemática Elementar, a oficina serviu como um espaço de estudo para os estudantes, alinhando aos objetivos do projeto.

Nessa aplicação foi dada maior ênfase a demonstrações. Os estudantes foram divididos em duplas para que estudassem diferentes demonstrações e as apresentassem ao restante da turma de forma clara e objetiva, utilizando materiais produzidos por eles mesmos.

Durante os encontros, as duplas apresentaram a atividade desenvolvida, de forma que o restante da turma pudesse tirar dúvidas e colaborar para que a demonstração fosse mais completa. Essa forma de trabalho permitiu que as ações fossem enriquecedoras a todos alunos participantes do projeto.

O trabalho em grupo pode trazer diversas vantagens significativas para o aprendizado em sala de aula, como a promoção da interação entre os estudantes e o estímulo à colaboração. Além disso, essa metodologia incentiva a troca de conhecimentos, a pesquisa e o desenvolvimento de autonomia.



4. Reflexões Finais

Para Santos, é categórico que os cursos de licenciatura estabelecem diálogo entre teoria e prática, além dos estágios curriculares esse canal se solidifica os projetos de extensão (2021). É por meio das atividades de extensão que os debates e conhecimentos construídos nos espaços universitários alcança outras instâncias da sociedade, sendo previsto por lei nº 13.005/2014 que 10% da carga horária dos cursos de graduação sejam destinados a atividades extensionistas. Contudo, as atividades de extensão não só levam o conhecimento do espaço universitário para além de seus limites físicos, novos conhecimentos são construídos durante a realização de tais atividades de modo que a comunidade universitária também possa conectar-se com demandas sociais.

A extensão tem, nesse quesito, a potencialidade de favorecer a capacitação do universitário em sua atuação profissional, pois possibilita que os graduandos tenham contato com a realidade social, o que gera aplicação dos conhecimentos adquiridos em sala para os momentos de vivência com a sociedade, além de oportunizar o desenvolvimento de diferentes habilidades e aprofundamentos dentro da área de atuação dos acadêmicos (SILVA, Quimeli 2006, apud dos Santos, 2021, p. 02).

Nesse sentido, o conhecimento construído em meio às atividades de extensão se dá a partir da experiência, é, portanto, uma prática emancipatória. Os universitários atribuem seus próprios significados à prática extensionista. As atividades de extensão também são uma forma de tornar conhecida a universidade, possibilitando que o público externo conheça os meios de ingresso no ensino superior bem como saiba que é um espaço que pode ser ocupado por eles (DOS SANTOS, Paloma Marques; 2021, p. 17). Compreende-se, portanto, que as atividades de extensão constituem espaços formativos transformadores para a comunidade acadêmica bem como para a comunidade externa.

5. Referências

BRASIL. Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular. Brasília, p.270, 2018.



DOS SANTOS, Paloma Marques; GOUW, Ana Maria Santos. Contribuições da curricularização da extensão na formação de professores. **Interfaces da Educação**, v. 12, n. 34, p. 17, 2021.

FRADE, Iara Maria Soares de Assis; DE ASSIS, Samuel Alves. O trabalho em grupo na educação matemática: Estimulando a cooperação e o compartilhamento do saber em sintonia com o educador. **Fórum de Metodologias Ativas**, São Paulo, v.3 n.1, p-1-488, 2021